

DOI: 10.3969/j.issn.1007-5461. 2021.03.010

非马尔科夫环境中海森堡 XXZ 自旋链的量子相干演化特性

阿拉帕提·阿不力米提, 杨帆, 迪丽达尔·海依提江, 阿依尼沙·牙生,
白慧婷, 艾则孜姑丽·阿不都克热木, 艾合买提·阿不力孜*

(新疆师范大学物理与电子工程学院, 新疆 乌鲁木齐 830054)

摘要: 运用非微扰形式的非马尔科夫量子态扩散方法, 得到了强耦合到非马尔科夫费米库的海森堡 XXZ 自旋链的精确主方程, 并利用该主方程研究了环境非马尔科夫性、不同方向的耦合强度对海森堡自旋链量子相干的影响。研究表明: 环境非马尔科夫性会改变量子相干的恢复度以及弛豫时间, 不同方向自旋链的耦合强度也会影响量子相干强度。

关键词: 量子光学; 非马尔科夫; 量子态扩散方法; 量子相干

中图分类号: O431.2

文献标识码: A

文章编号: 1007-5461(2021)03-00341-05

Quantum coherence evolution of Heisenberg XXZ spin chain within non-Markovian environment

Arapat Ablimit, YANG Fan, Dildar Hitjan, Aynisa Yasin, BAI Huiting,
Aziza Abdukerim, Ahmad Abliz*

(School of Physics and Electronic Engineering, Xinjiang Normal University, Urumqi 830054, China)

Abstract: Using the non-perturbative non-Markovian quantum state diffusion method, the exact master equation of the Heisenberg XXZ spin chain strongly coupled to the non-Markovian fermionic bath is obtained, and then the influence of environmental non-Markovian properties and coupling strength in different directions on the quantum coherence of Heisenberg spin chain is studied by using the master equation. Results show that the environmental non-Markovian properties can greatly change the recovery and relaxation time of the spin chain quantum coherence, and in addition, the coupling strength of the spin chains in different direction also affects the quantum coherence strength.

Key words: quantum optics; non-Markovian; quantum state diffusion method; quantum coherence

基金项目: Supported by Fund for Less Developed Regions of National Natural Science Foundation of China (国家自然科学基金地区科学基金, 11864042), Tianshan Outstanding Talents of Xinjiang Uyghur Autonomous Region (The Second Level Training Candidates) (自治区天山英才工程第二层次培养人选项目)

作者简介: 阿拉帕提·阿不力米提 (1995-), 新疆乌鲁木齐人, 研究生, 主要从事量子光学与量子信息方面的研究。E-mail: aablimit@126.com
导师简介: 艾合买提·阿不力孜 (1974-), 新疆轮台人, 博士, 教授, 硕士生导师, 主要从事量子光学与量子信息方面的研究。

E-mail: aahmad@126.com

收稿日期: 2020-11-17; 修改日期: 2020-12-28

*通信作者。

0 引言

量子相干与量子关联是量子力学的基本特性之一,也是量子信息处理设备的宝贵物理资源^[1-6]。然而在实际物理体系中,量子系统周围的环境与量子测量导致系统信息的丢失,从而减弱了系统的量子相干与量子关联。但在非马尔科夫环境下,从系统中丢失的信息与能量在环境记忆效应下能重新返回系统,恢复其量子相干与量子关联。然而有关非马尔科夫环境对量子系统影响的研究,主要集中于量子关联,对量子相干的研究很少见^[7-11]。因此,研究不同量子系统在非马尔科夫环境中的量子相干动力学演化特性是很有意义的。

众多物理系统中,拥有易集成性和可扩展性等优势的固态量子系统是最有前景实现实用性量子信息与量子计算的物理系统。作为简单且具有普遍性的物理模型,海森堡自旋模型能够在超导量子比特等固态系统中实现,因此对固态海森堡模型的研究成为热点。本文利用 Diosi 等^[12]提出的非马尔科夫量子态扩散(NMQSD)方法研究了耦合到非马尔科夫费米库的海森堡自旋链模型的量子相干动力学演化特性。在该方法中,通过引入含有时间记忆效应的 O 算符求解量子系统的 NMQSD 方程,并且得到精确的非马尔科夫主方程。在非马尔科夫玻色库和费米库中的开放量子系统理论、量子系统控制等方面已证实了该方法独特的计算特性^[9,10,12-17]。通过该方法对两个二能级原子的研究证实环境记忆效应对量子纠缠有积极作用^[9,10]。

本文对同时耦合到一个零温费米库的海森堡自旋链模型做了理论分析与介绍,并在文献 [10,15,17] 的基础上利用 NMQSD 方法得到了总体系的非马尔科夫主方程。介绍了量子相干的度量方式,探究了环境记忆效应系数、自旋耦合系数对量子相干的影响,并对其物理意义进行了相关阐述。最后根据数据模拟结果得出结论。

1 系统模型与主方程

整个体系由两个二能级原子模拟的海森堡 XXZ 自旋链与一个零温费米库构成。总哈密顿量由以下三部分组成(取 $\hbar = 1$):

$$\begin{cases} H_S = \omega_A \sigma_z^A + \omega_B \sigma_z^B + J_{xy} (\sigma_+^A \sigma_-^B + \sigma_-^A \sigma_+^B) + J_z \sigma_z^A \sigma_z^B \\ H_f = \sum_k \omega_k b_k^\dagger b_k \\ H_{\text{int}} = \sum_k (f_k L^\dagger b_k + h.c.) \end{cases}, \quad (1)$$

式中: H_S 为系统哈密顿量, ω_A 与 ω_B 是两个二能级原子的跃迁频率, J_{xy} 、 J_z 是不同方向上两原子之间的耦合强度; H_f 是费米库的哈密顿量, b_k^\dagger 、 b_k 为费米库的产生与湮灭算符,服从反对易关系 $\{b_k, b_k^\dagger\} = \delta_{k,k}$; H_{int} 为库与自旋链之间的耦合哈密顿量, $L = \kappa_A \sigma_-^A + \kappa_B \sigma_-^B$ 是系统与环境耦合的 Lindblad 算符, κ_A 、 κ_B 是每一个原子与库的单独耦合常数, f_k 是整个自旋链与库的耦合系数。

为了描述费米库的状态,引入费米相干态 $|z_k\rangle$, 其定义为 $b_k|z_k\rangle = z_k|z_k\rangle$ 。这里 z_k 取 Grassmann 值,满足 $\{z_i, z_j\} = \{z_i^*, z_j\} = 0$ 。根据 NMQSD 理论,系统的 NMQSD 方程可写为^[15,16]

$$\frac{\partial}{\partial t} |\psi(t, z^*)\rangle = [-iH_S + Lz_t^* - L^\dagger \bar{O}(t, z^*)] |\psi(t, z^*)\rangle, \quad (2)$$

式中: $z^* = -i \sum_k f_k^* z_k^* e^{i\omega_k t}$ 为环境噪声函数; $\alpha(t, s) = \sum_k |f_k|^2 e^{-i\omega_k(t-s)}$ 是环境关联函数; $\bar{O}(t, z^*)$ 算符是引入的数学工具, 其表达式为

$$\bar{O}(t, z^*) = \int_0^t \alpha(t, s) O(t, s, z^*) ds, \quad (3)$$

式中 $O(t, s, z^*)$ 算符为 NMQSD 方程的核心数学工具, 其表达式为

$$O(t, s, z^*) |\psi(t, z^*)\rangle = \frac{\delta}{\delta z^*(s)} |\psi(t, z^*)\rangle. \quad (4)$$

利用所得到的 NMQSD 方程描述随机密度算子并对环境求迹得到

$$\begin{cases} P_t = |\psi_t(z^*)\rangle \langle \psi_t(-z)| \\ \rho = \text{tr}_{\text{env}} [|\psi_t(z^*)\rangle \langle \psi_t(-z)|] = M[P_t] \end{cases}, \quad (5)$$

式中 $M[\cdot] = \int \prod_{\lambda, k} e^{-z_{\lambda k}^* z_{\lambda k}} [\cdot] dz_{\lambda k}^* dz_{\lambda k}$ 是对环境噪声的系综平均。把 (2) 式代入到 (5) 式得

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -i[H_S, \rho] + \left[L, M \left[P_t \bar{O}^\dagger(t, z^*) \right] \right] + \left[M \left[\bar{O}(t, z^*) P_t \right], L^\dagger \right], \quad (6)$$

其为整个体系的非马尔科夫主方程, 此处的研究都基于该主方程进行。

2 数据分析与讨论

物理体系中的量子相干主要提取于其密度矩阵中的非对角元素。对量子相干的度量 Baumgratz 等^[3]首先给出了 l_1 与 l_2 规范。在 l_1 规范下量子相干的度量方式为 $C_{l_1}(\rho) = \sum_{j,k} |\rho_{j,k}|$ ($j \neq k$)。在此基础上 Qi 等^[18]给出了 l_1 规范下的量子相干并发度 (Coherence concurrence, CC) 度量方式, 其表达式为

$$\begin{cases} C_c(\rho) = \min_{\{p_k, \psi_k\}} \sum_k p_k C_c(\psi_k) \\ C_c(\psi_k) = \sum_{j,k} |\langle \psi | \mathbf{u}_{jk} | \psi^* \rangle|, (j < k) \end{cases}, \quad (7)$$

式中 $\{\mathbf{u}_{jk}\}$ 为 Gell-Mann 矩阵。基于 (7) 式对海森堡自旋链在零温非马尔科夫环境中的量子相干动力学演化进行了数值模拟。在数值模拟过程中, 为了简单起见, 取 $\omega_A = \omega_B = \kappa_A = \kappa_B = 1$ 。并且选择 Ornstein-Uhlenbeck 噪声为环境关联函数, 其表达式为

$$\alpha(t, s) = \frac{\gamma}{2} e^{-\gamma|t-s|}. \quad (8)$$

在 (8) 式中, γ 为环境记忆效应参数。当 $\gamma \rightarrow \infty$ 时环境达到马尔科夫极限, 此时环境关联函数演变成一个 Dirac delta 函数, 即 $\alpha(t, s) \rightarrow \delta(t-s)$ 。当 $\gamma \rightarrow 0$ 时环境表现出很强的非马尔科夫性。

首先, 研究了量子相干在不同环境记忆时间的演化特性, 如图 1 所示。图 1(a) 显示, 当自旋链初始态为非相干态时, 随着 γ 的减小, 即环境非马尔科夫性增强, 量子相干的非马尔科夫性震荡振幅与频率同时增长, 但在马尔科夫极限下自旋链也能出现量子相干。这表明环境非马尔科夫性不是产生量子相干的重要因素。图 1(b) 显示, 当自旋链初始态为相干态时, 在马尔科夫极限下量子相干指数式衰减, 但在较强的非马尔科夫环境下出现负衰减, 量子相干得到较长的弛豫时间。这表明非马尔科夫环境对系统量子相干有积极作用。

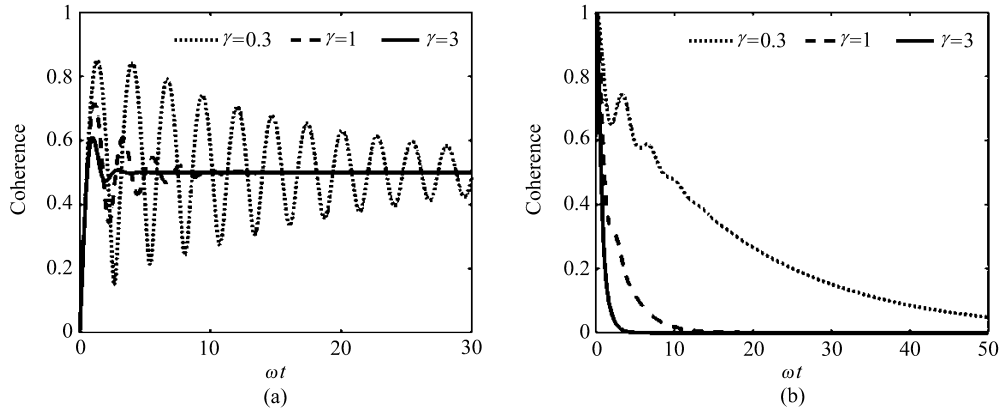


图 1 非马尔科夫环境在不同初始态下 (a) $|01\rangle$, (b) $(|01\rangle + |10\rangle)/\sqrt{2}$ 对海森堡自旋链量子相干的影响。

其他参数 $J_{xy} = 0.5$, $J_z = 0.3$

Fig. 1 Effect of environmental non-Markovian property on the Heisenberg spin chain quantum coherence with different initial state (a) $|01\rangle$, (b) $(|01\rangle + |10\rangle)/\sqrt{2}$. The other parameters $J_{xy} = 0.5$, $J_z = 0.3$

海森堡自旋链在各个方向的耦合强度是直接影响系统性质的重要因素之一, 因此进一步研究不同方向的耦合强度是比较有意义的。图 2 为海森堡自旋链内部耦合强度对量子相干的影响, 由图 2 的数值模拟结果中可以看出耦合常数 J_{xy} 能增强自旋链的相干强度, 而 J_z 会减弱其量子相干。但这种影响局限于量子相干强度, 不会影响量子相干非马尔科夫性振荡次数。这表明自旋链内部的耦合强度会影响量子相干强度, 但对非马尔科夫性振荡没有影响。

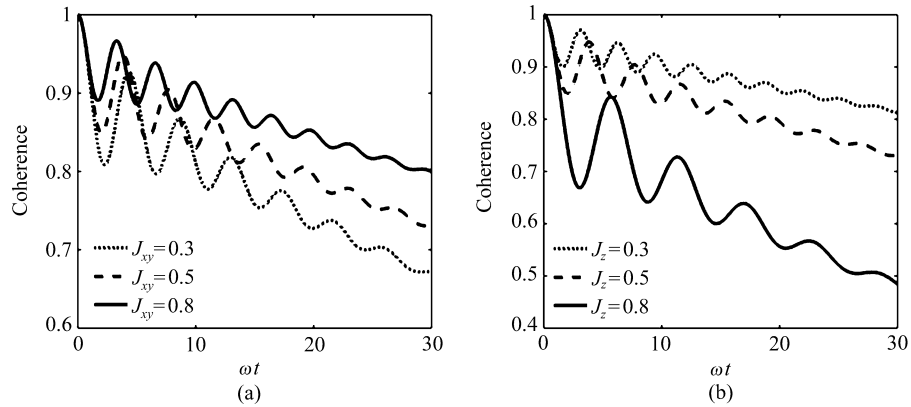


图 2 海森堡自旋链内部耦合强度对量子相干的影响。(a) $J_z = 0.3$, (b) $J_{xy} = 0.5$ 。

其他参数 $\gamma = 0.1$, 初始态为 $(|01\rangle + |10\rangle)/\sqrt{2}$

Fig. 2 Effect of the internal coupling strength of the Heisenberg spin chain on quantum coherence (a) $J_z = 0.3$, (b) $J_{xy} = 0.5$.

The other parameters $\gamma = 0.1$, initial state is $(|01\rangle + |10\rangle)/\sqrt{2}$

3 结 论

利用 NMQSD 方法求出了海森堡 XXZ 自旋链在非马尔科夫费米库中的精确主方程, 并利用该主方程以及 l_1 规范下的 Concurrence 度量方式研究了自旋链的量子相干动力学演化特性。研究表明: 在较强的非马尔科夫环境机制下, 从系统耗散到环境中的信息和能量能多次返回到系统, 并恢复自旋链的量子

相干, 增长其弛豫时间。自旋链本身的耦合强度 J_{xy} 能提高量子相干, 而自旋链的 J_z 耦合减弱了量子相干。因此海森堡 XXZ 自旋链模型在量子计算、量子信息、量子通讯等领域具有一定的参考价值。

参考文献:

- [1] Nielsen M A, Chuang I L. Quantum computation and quantum information [J]. *Mathematical Structures in Computer Science*, 2002, 17(6): 1115.
- [2] Su X Q, Guo G C. Quantum communication and quantum computation [J]. *Chinese Journal of Quantum Electronics*, 2004, 21(6): 706-718.
苏晓琴, 郭光灿. 量子通信与量子计算 [J]. 量子电子学报, 2004, 21(6): 706-718.
- [3] Baumgratz T, Cramer M, Plenio M B. Quantifying coherence [J]. *Physical Review Letters*, 2014, 113(14): 140401.
- [4] Streltsov A, Singh U, Dhar H S, *et al.* Measuring quantum coherence with entanglement [J]. *Physical Review Letters*, 2015, 115(2): 020403.
- [5] Hu M L, Hu X, Wang J C, *et al.* Quantum coherence and geometric quantum discord [J]. *Physics Reports*, 2018, 762-764: 1-100.
- [6] Einstein A, Podolsky B, Rosen N. Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete? [J]. *Physical Review*, 1935, 47(10): 770-780.
- [7] Rivas A, Huelga S F, Plenio M B. Entanglement and non-Markovianity of quantum evolutions [J]. *Physical Review Letters*, 2010, 105(5): 050403.
- [8] Franco R L, Bellomo B, Maniscalco S, *et al.* Dynamics of quantum correlations in two-qubit systems within non-Markovian environments [J]. *International Journal of Modern Physics B*, 2013, 27(1-3): 1345053.
- [9] Xu G F, Tong D M. Non-Markovian effect on the classical and quantum correlations [J]. *Chinese Physics Letters*, 2011, 28(6): 060305.
- [10] Zhao X Y, Shu W F, Wu L A, *et al.* Fermionic stochastic Schrödinger equation and master equation: An open-system model [J]. *Physical Review A*, 2012, 86(3): 032116.
- [11] Berrada K, Raffah B, Eleuch H. Quantum correlations and coherence in a driven two-qubit system under non-Markovian dissipative effect [J]. *Results in Physics*, 2020, 17: 103083.
- [12] Diósi L, Strunz W T. The non-Markovian stochastic Schrödinger equation for open systems [J]. *Physics Letters A*, 1997, 235(6): 569-573.
- [13] Diósi L. Summary of discussion on the normal D-region [J]. *Journal of Physics A-General Physics*, 1998, 31(31): 9842-9845.
- [14] Jing J, Zhao X Y, You J Q, *et al.* Time-local quantum-state-diffusion equation for multilevel quantum systems [J]. *Physical Review A*, 2012, 85(4): 042106.
- [15] Chen Y, You J Q, Yu T. Exact non-Markovian master equations for multiple qubit systems: Quantum-trajectory approach [J]. *Physical Review A*, 2014, 90(5): 052104.
- [16] Jing J, Yu T, Lam C H, *et al.* Control relaxation via dephasing: A quantum-state-diffusion study [J]. *Physical Review A*, 2018, 97: 012104.
- [17] Dildar Hitjan, Arapat Ablimit, Bai H T, *et al.* Effect of non-Markovian environment on quantum teleportation via a two-qubit Heisenberg XXZ spin chain [J]. *Chinese Journal of Quantum Electronics*, 2020, 37(6): 704-710.
迪丽达尔·海依提江, 阿拉帕提·阿不力米提, 白慧婷, 等. 非马尔科夫环境对海森堡 XXZ 自旋链模型中量子隐形传态的影响 [J]. 量子电子学报, 2020, 37(6): 704-710.
- [18] Qi X F, Gao T, Yan F L. Measuring coherence with entanglement concurrence [J]. *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*, 2017, 50(28): 285301.